

基于HB、ISO标准与AGMA标准的弧齿锥齿轮齿根弯曲强度计算对比分析

王秋菊^{1,2} 魏 静³ 陈思宇³ 邢 彬^{1,2} 宋振海^{1,2} 谭渝昕³

(1. 中国航空发动机集团有限公司沈阳发动机研究所, 沈阳 110015)

(2. 中国航空发动机集团有限公司 航空发动机动力传输航空科技重点实验室, 沈阳 110015)

(3. 重庆大学 高端装备机械传动全国重点实验室, 重庆 400044)

摘要:【目的】针对我国航空行业标准(简称HB)、国际标准化组织(International Organization for Standardization, ISO)标准和美国齿轮制造商协会(American Gear Manufacturers Association, AGMA)标准中,强度校核基准对弧齿锥齿轮齿根弯曲强度评价的差异性问题,通过对比分析得出弧齿锥齿轮设计的最佳策略。【方法】首先,基于各自标准的基础数学模型,分析了3种标准的本质差别;然后,从原理性上探究了3种标准的弯曲应力和强度安全系数的影响参数及其对应的影响机制;最后,通过实例分析进一步探究了由3种标准得到的应力结果的影响规律和强度计算结果的差异。【结果】研究表明,ISO标准、HB利用30°切线法确定危险截面,并将载荷作用点选在齿顶进行计算;而AGMA标准利用抛物线法确定危险截面,并将载荷作用点选在危险点进行计算;由这2种方法求得的齿形系数及应力修正系数稍有不同。依据修正系数及其对应的计算公式,AGMA标准中的几何系数 Y_f 代替了HB、ISO标准中的多个修正系数,所以,AGMA标准的计算过程最简便,引入修正系数的个数最少。依据修正系数及应力计算结果,ISO标准的应力结果大于HB的结果,且远大于AGMA标准的结果;ISO标准中的齿形系数、载荷分担系数、重合度系数的取值与HB中的相应系数相近;动载系数、应力修正系数及螺旋线载荷分布系数的取值与HB、AGMA标准中的相应系数的差异较大。依据这3种标准得到的弯曲应力的变化规律,齿数、模数、螺旋角、压力角、齿宽及设计转速等参数对弯曲应力的影响较大。

关键词:强度校核基准;弧齿锥齿轮;弯曲强度;弯曲应力

中图分类号: TH113 **DOI:** 10.16578/j.issn.1004.2539.2026.03.002

0 引言

齿根弯曲疲劳破坏是航空传动系统中常见的齿轮失效形式之一^[1],会导致齿根区域萌生裂纹或出现断齿现象,影响齿轮的传动效率和传动精度,使传动装置无法正常完成运动和力的传递。各个国家都有其各自的齿根弯曲强度计算标准。其中,应用较为广泛的是由国际标准化组织(International Organization for Standardization, ISO)颁布的ISO标准^[2-3]和由美国齿轮制造商协会(American Gear Manufacturers Association, AGMA)颁布的AGMA标准^[4]。我国针对航空锥齿轮传动系统,结合自身相关技术对ISO标准做出修改,于1985年颁布了航空行业标准(简称HB)^[5-7],并沿用至今。

为了比较3种弯曲强度标准间的差异和适用性,

国内外许多学者从计算公式和修正系数方面进行了对比分析。LEWIS^[8]采用抛物线悬臂梁模型计算了齿轮弯曲应力,并将计算公式沿用于AGMA标准的修正系数中。PEDRERO等^[9]研究了ISO标准中弯曲强度齿形系数的迭代方法,经对比认为,该方法得到的计算结果具有较高的精度。周长江等^[10]详细分析了ISO标准与AGMA标准的计算公式的特点及相关系数的含义和取值,发现作用点位于齿顶时,应用ISO标准计算出的齿根弯曲应力大于AGMA标准的计算结果;而作用于单对啮合齿时,2种标准的计算结果接近。JAMMI^[11]将AGMA标准的计算结果与有限元分析结果进行了比较,认为利用AGMA标准得到的弯曲强度偏保守。LISLE等^[12]比较了利用ISO标准、AGMA标准及有限元方法计算得到的齿根弯曲应力,

收稿日期: 2024-11-14 修回日期: 2025-01-06

基金项目: 中国航发科技创新平台对外开放项目(039999JC30023040002); 中国航发自主创新专项资金项目[HF-ZL-2020-C-064(025), HF-ZL-2021-C-203(28)]; 山东省泰山产业工程蓝色人才专项(tscy20200502)

作者简介: 王秋菊,女,1990年生,辽宁黑山人,硕士,工程师;主要研究方向为航空发动机传动润滑;879454312@qq.com。

引用格式: 王秋菊,魏静,陈思宇,等. 基于HB、ISO标准与AGMA标准的弧齿锥齿轮齿根弯曲强度计算对比分析[J]. 机械传动, 2026, 50(3): 11-22.

WANG Qiuju, WEI Jing, CHEN Siyu, et al. Comparative analysis of root bending strength calculation for spiral bevel gears based on HB, ISO standard and AGMA standard[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2026, 50(3): 11-22.



免费获取

认为ISO标准和AGMA标准分别高估和低估了齿根部分的最大弯曲应力。邹又名等^[13]通过改变弧齿锥齿轮的单个几何参数,对比分析了ISO标准和AGMA标准的计算安全系数,发现ISO标准的弯曲强度计算安全系数普遍比AGMA标准的小。而周长江等^[14]结合有限元法,将ISO标准、AGMA标准的结果进行了比较,发现ISO标准的弯曲强度计算安全系数比AGMA标准的大。龙继国^[15]对ISO标准和AGMA标准中关于弧齿锥齿轮的齿根弯曲应力的计算进行了深入研究,认为2种标准的计算结果相差很大,而有限元分析结果与ISO标准的计算结果更接近。ZHAN等^[16]认为螺旋角、齿距、齿形等误差和摩擦会对齿根弯曲应力产生影响,通过控制这些参数,可以有效降低啮合点的弯曲应力。滕文爽等^[17]对比了HB和ISO标准的弯曲应力计算结果,认为由于动载系数的差异,ISO标准的应力结果比HB的结果大。

综上所述,相较于HB、AGMA标准,ISO标准考虑的因素更多,计算结果更具指导意义。但是,3种标准中修正系数的定义和取值均有所不同,且文献中的实例对比缺乏广泛性和普适性,导致不同文献之间存在相互对立的结论。因此,本文对ISO标准、AGMA标准和HB这3大标准中弧齿锥齿轮齿根弯曲强度的评价方式、计算原理、计算公式及修正系数等进行了更深入的对比分析,并以多个实例探讨了弯曲强度影响参数及其对应的变化规律。

1 评价方式和计算原理对比

1.1 齿根弯曲强度评价方式

在HB、ISO标准及AGMA标准中,评判弧齿锥齿轮弯曲强度的方式可分为以下2种:

1) 齿根计算弯曲应力小于或等于齿根许用弯曲应力,即 $\sigma_F \leq \sigma_{FP}$ 。

2) 弯曲强度计算安全系数大于或等于弯曲强度最小安全系数,即 $S_F \geq S_{Fmin}$ 。

HB和ISO标准对于弯曲强度最小安全系数 S_{Fmin} 的参考与取值标准均不同;在AGMA标准中,虽然没有最小安全系数这一概念,但其中的可靠性系数 Y_Z 的概念与上述最小安全系数的概念类似。3种标准中, S_{Fmin} 和 Y_Z 的取值如表1所示。

1.2 计算原理对比

1) HB和ISO标准基于LEWIS悬臂梁理论,将大端参数转换为中点当量齿轮参数,定义了弯曲疲劳计算公式;利用30°切线法,将齿根危险截面处的最大拉应力作为名义齿根应力,并引入修正系数,进行弯曲强度计算。

2) AGMA标准同样基于LEWIS悬臂梁理论定义

了齿根弯曲强度计算公式。与ISO标准不同的是,AGMA标准直接采用大端参数对齿根危险截面的最大弯曲拉应力进行了推导,并采用抛物线法求解角度变量,代替了30°切线法。

表1 3种标准的比较

Tab. 1 Comparison of the three standards

标准	失效概率/%	可靠性	S_{Fmin}	Y_Z
HB	≤ 1	—	1.00	—
	≤ 0.1	—	1.25	—
ISO 标准	—	一般	1.30	—
	—	较高	1.30	—
	—	高	1.30	—
AGMA 标准	≤ 50	—	—	0.70
	≤ 10	—	—	0.85
	≤ 1	—	—	1.00
	≤ 0.1	—	—	1.25
	≤ 0.01	—	—	1.50

综上所述,HB及ISO标准采用中点当量齿轮参数进行计算,比AGMA标准采用大端参数进行计算的过程更复杂,更具指导意义,具体体现在各修正系数计算式;而在危险截面弯曲拉应力的推导方面,AGMA标准采用抛物线法计算辅助角,比30°切线法的计算结果更精确。因此,以上标准对弦齿厚和弯曲力臂的计算结果稍有不同,具体体现在齿形系数及应力修正系数的计算公式中。

2 计算公式和修正系数对比

2.1 齿根弯曲应力计算式对比

在HB中,许用弯曲应力的计算式为

$$\begin{cases} \sigma_F = \sigma_{F0} K_A K_V K_{F\beta} \\ \sigma_{F0} = Y_{Fa} Y_{sa} Y_{\varepsilon} Y_{\gamma} Y_i Y_{LC} \frac{F_{mt}}{b m_{mn}} Y_b \end{cases} \quad (1)$$

$$\sigma_{FP} = Y_0 Y_X Y_{ST} \frac{\sigma_{Flim}}{S_{Fmin}} \quad (2)$$

式中, σ_F 为齿根计算弯曲应力; σ_{F0} 为齿根弯曲应力基本值; σ_{FP} 为许用齿根应力; m_{mn} 为中点法向模数; F_{mt} 为当量圆柱齿轮端面分度圆的切向力; b 为齿宽; σ_{Flim} 为弯曲疲劳极限。

在ISO标准中,许用弯曲应力的计算式为

$$\sigma_F = \sigma_{F0} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha}, \sigma_{F0} = Y_{Fa} Y_{sa} Y_{\varepsilon} Y_{BS} Y_{LS} \frac{F_{mt}}{b m_{mn}} \quad (3)$$

$$\sigma_{FP} = \sigma_{Flim} Y_{ST} Y_{NT} Y_{\delta relT} Y_{RrelT} Y_X \quad (4)$$

在AGMA标准中,许用弯曲应力的计算式为

$$\sigma_F = \frac{2000 T_1 K_A K_V Y_X K_{F\beta}}{b d_{e1} m_{et} Y_{\beta} Y_J} \quad (5)$$

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{NT}}{S_F K_0 Y_Z} \quad (6)$$

式中， d_{e1} 为当量圆柱齿轮端面分度圆的直径； Y_Z 为弯曲强度的可靠性系数。

将弯曲应力计算式中被引入的弯曲强度修正系数依据载荷、几何参数、材料特性、齿面状况及使用条件这5类影响因素进行分类，弯曲强度修正系数的具体分类如表2所示。

表2 弯曲强度修正系数的分类
Tab. 2 Classification of the bending strength correction coefficients

影响因素	HB	ISO 标准	AGMA 标准
载荷	使用系数 K_A	使用系数 K_A	过载系数 K_A
	动载系数 K_v	动载系数 K_v	动载系数 K_v
	螺旋线载荷分布系数 $K_{F\beta}$	螺旋线载荷分布系数 $K_{F\beta}$	螺旋线载荷分布系数 $K_{F\beta}$
	—	齿间载荷分配系数 K_{Fa}	—
几何参数	齿形系数 Y_{Fa}	齿形系数 Y_{Fa}	几何系数 Y_j
	应力修正系数 Y_{sa}	应力修正系数 Y_{sa}	
	加载点系数 Y_e	重合度系数 Y_e	
	惯性系数 Y_l	螺旋角系数 Y_{Bs}	
	载荷分担系数 Y_γ	载荷分担系数 Y_{LS}	
	纵向曲率系数 Y_{LC}	—	
	齿根应力纵向分布系数 Y_b	—	
	试验齿轮应力修正系数 Y_{ST}	试验齿轮应力修正系数 Y_{ST}	
材料特性	尺寸系数 Y_X	尺寸系数 Y_X	尺寸系数 Y_X
	—	齿根圆角敏感系数 $Y_{\delta relT}$	—
	—	齿根表面状况系数 Y_{RrelT}	—
	—	寿命系数 Y_{NT}	寿命系数 Y_{NT}
使用条件	—	—	—
	温度系数 Y_θ	—	温度系数 K_θ

2.2 载荷修正系数对比

2.2.1 使用系数 K_A

3种标准对 K_A 的定义均为考虑啮合外部因素引起的动力过载影响的修正系数。3种标准中 K_A 的取值分别如表3~表5所示。

表3 HB中使用系数 K_A 的取值
Tab. 3 Values of usage coefficient K_A of HB

原动机工作特性及示例	工作机工作特性	
	均匀平稳	轻微振动
均匀平稳(如燃机涡轮增压发动机)	1.00	1.25
轻微振动(如多缸活塞式发动机)	1.10	1.35

由表3~表5可知，原动机或工作机振动得越严重，3种标准中的弯曲强度使用系数 K_A 的取值越大。其中，ISO标准与AGMA标准的取值一致，且比HB的取值考虑范围更广。此外，结合式(1)、式(3)、

式(5)可知，3种标准中，计算弯曲应力均与 K_A 成正比相关。

表4 AGMA标准中使用系数 K_A 的取值
Tab. 4 Values of usage coefficient K_A of AGMA standard

原动机工作特性	工作机工作特性			
	均匀平稳	轻微振动	中度振动	重度振动
均匀平稳	1.00	1.25	1.50	1.75或更高
轻微振动	1.10	1.35	1.60	1.85或更高
中度振动	1.25	1.50	1.75	2.00或更高
重度振动	1.50	1.75	2.00	2.25或更高

表5 ISO标准中使用系数 K_A 的取值
Tab. 5 Values of usage coefficient K_A of ISO standard

原动机工作特性	工作机工作特性			
	均匀平稳	轻微振动	中度振动	重度振动
均匀平稳	1.00	1.25	1.50	1.75或更高
轻微振动	1.10	1.35	1.60	1.85或更高
中度振动	1.25	1.50	1.75	2.00或更高
重度振动	1.50	1.75	2.00	2.25或更高

2.2.2 动载系数 K_v

3种标准对 K_v 的定义均为考虑大、小齿轮啮合振动产生的内部附加动载荷影响的修正系数。 K_v 的具体计算式为

$$\left\{ \begin{aligned} K_v &= \left(\frac{14\sqrt{v_e}}{85 - 10\mu} \right)^\mu \text{ (HB)} \\ K_v &= \left(\frac{A_0}{A_0 + \sqrt{200v_{et}}} \right)^{B_0} \text{ (AGMA标准)} \\ K_v &= \begin{cases} N \left[\frac{b_v f_{peff} c'}{F_{vmt} K_A} (c_{v1} + c_{v2}) + c_{v3} \right] + 1, & N \leq 0.75 \\ \frac{b_v f_{peff} c'}{F_{vmt} K_A} (c_{v1} + c_{v2}) + c_{v4} + 1, & 0.75 < N \leq 1.25 \\ K_{v(N=1.5)} + \frac{K_{v(N=1.25)} - K_{v(N=1.5)}}{0.25} \cdot (1.5 - N), & 1.25 < N < 1.5 \\ \frac{b_v f_{peff} c'}{F_{vmt} K_A} (c_{v5} + c_{v6}) + c_{v7} + 1, & N \geq 1.5 \end{cases} \text{ (ISO标准)} \end{aligned} \right. \quad (7)$$

式中， N 为无量纲参考速度；参数 A_0 、 B_0 与传动精度 Q_v 相关， $A_0 = 50 + 56(1 - B_0)$ ， $B_0 = 0.25(12 - Q_v)^{0.667}$ ； c' 为单齿啮合刚度； v_{et} 为AGMA标准中的大端分度圆切向速度； μ 为精度等级指数； v_e 为HB中的大端分度圆切向速度； b_v 为当量齿宽； f_{peff} 为有效周节极限偏差； F_{vmt} 为当量分度圆切向力； c_{vi} 为影响系数($i = 1, 2, \dots, 7$)。

由式(7)可知，3种标准中弯曲强度动载系数 K_v 的取值存在差异；HB和AGMA标准分别通过齿距偏差

精度等级 Q_H 和传动精度等级 Q_V 对 K_V 进行取值;ISO标准则是通过引入无量纲参考速度 N ,划区域计算 K_V 。

2.2.3 螺旋线载荷分布系数 $K_{F\beta}$

3种标准对 $K_{F\beta}$ 的定义均为考虑齿宽方向载荷不均匀性对弯曲应力影响的修正系数。当齿面接触偏移量不确定时,HB和AGMA标准不区分齿面接触强度和齿根弯曲强度的螺旋线载荷分布系数, $K_{F\beta}$ 的取值只与主、从动轮安装方式有关,如表6所示。

表6 螺旋线载荷分布系数 $K_{F\beta}$ 的取值

Tab. 6 Values of helix load distribution factor $K_{F\beta}$

载荷状态	主、从动轮安装方式		
	均为简支	之一为简支	均不为简支
均为满载	1.00	1.00	1.00
均为轻载	1.05	1.10	1.25
试验齿轮理论满载	1.20	1.32	1.50

ISO标准中,弯曲强度螺旋线载荷分布系数 $K_{F\beta}$ 与接触强度螺旋线载荷分布系数 $K_{H\beta}$ 、安装方式、载荷接触状态及纵向曲率分布系数有关,即

$$\begin{cases} K_{F\beta} = K_{H\beta}/K_{F0} \\ K_{F0} = 0.211 \left(\frac{r_c}{R_m} \right)^{\frac{0.279}{\lg \sin \beta_m}} + 0.789 \end{cases} \quad (8)$$

式中, K_{F0} 为弯曲强度的纵向曲率系数; R_m 为中点锥距; r_c 为刀盘半径; β_m 为螺旋角。相较于HB和AGMA标准,ISO标准对弯曲强度螺旋线载荷分布系数 $K_{F\beta}$ 的取值考虑更全面,计算更具体。结合式(1)、式(3)、式(5)可知,3种标准的计算弯曲应力均与系数 $K_{H\beta}$ 成正相关。

2.2.4 齿间载荷分配系数 $K_{F\alpha}$

$K_{F\alpha}$ 为ISO标准单独引入的弯曲强度载荷修正系数,是考虑齿间载荷分配不均对计算弯曲应力影响的修正系数。由式(9)可知, $K_{F\alpha}$ 主要受总重合度 ε_{vy} 、齿距偏差 f_{pt} 和跑合允许量 y_a 变化的影响。由式(3)可知,ISO标准的计算弯曲应力与 $K_{F\alpha}$ 成正相关。 $K_{F\alpha}$ 的计算式为

$$K_{F\alpha} = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{vy}}{2} [0.9 + 0.4 \frac{c_y(f_{pt} - y_a)}{K_A K_V K_{H\beta}/b_v}], & \varepsilon_{vy} \leq 2 \\ 0.9 + 0.4 \sqrt{\frac{2(\varepsilon_{vy} - 1)}{\varepsilon_{vy}}} \frac{c_y(f_{pt} - y_a)}{K_A K_V K_{H\beta}/b_v}, & \varepsilon_{vy} > 2 \end{cases} \quad (9)$$

式中, c_y 为啮合刚度。

综上所述,3种标准中引入的弯曲强度载荷修正系数的定义相近;但动载系数 K_V 和螺旋线载荷分布系数 $K_{F\beta}$ 的计算存在差异;相较于HB和AGMA标准,ISO标准的计算式更具指导意义,考虑层面更广泛。

2.3 几何参数修正系数对比

2.3.1 HB

由表2可知,HB中的弯曲强度几何参数修正系数包含齿形系数 Y_{Fa} 、应力修正系数 Y_{sa} 、加载点系数 Y_ε 、惯性系数 Y_i 、载荷分担系数 Y_γ 、纵向曲率系数 Y_{LC} 、齿根应力纵向分布系数 Y_b 、试验齿轮应力修正系数 Y_{ST} 及尺寸系数 Y_X 。由式(1)和式(2)可知,HB的计算弯曲应力与系数 Y_{Fa} 、 Y_{sa} 、 Y_ε 、 Y_i 、 Y_γ 、 Y_{LC} 及 Y_b 均成正相关;许用弯曲应力与系数 Y_X 、 Y_{ST} 成正相关。

1) 惯性系数 Y_i

惯性系数 Y_i 是考虑当重合度较低时负载齿轮运转不平稳性对齿根应力影响的修正系数。当总重合度 $\varepsilon_{vy} > 2$ 时, Y_i 取1;反之, $Y_i = 2/\varepsilon_{vy}$ 。

2) 载荷分担系数 Y_γ

载荷分担系数 Y_γ 是在齿面修形情况下,有多对齿同时啮合时,一对齿中各齿独自承担的总载荷的比值。 Y_γ 的计算式为

$$Y_\gamma = \begin{cases} 1, & \varepsilon_{vy} < 2 \\ \{1 + [1 + 2(1 - 4/\varepsilon_{vy}^2)]^{1.5}\}^{-1}, & \varepsilon_{vy} \geq 2 \end{cases} \quad (10)$$

由式(10)可知,系数 Y_γ 仅与总重合度 ε_{vy} 有关,当改变螺旋角、压力角、齿宽等轮坯基础参数,造成 ε_{vy} 大于2时,会对计算弯曲应力造成影响。

3) 齿形系数 Y_{Fa}

齿形系数 Y_{Fa} 是考虑载荷作用于齿顶时齿形对名义弯曲应力影响的系数。可通过30°切线法求得齿根危险截面弦齿厚 S_{Fn} 及载荷作用于齿顶的弯曲力臂 h_{Fa} ,进而确定该系数取值。 S_{Fn} 和 h_{Fa} 受螺旋角、压力角及刀顶圆角半径影响。 Y_{Fa} 的计算式为

$$Y_{Fa} = \frac{6(h_{Fa}/m_{mn})\cos\alpha_{Fan}}{(S_{Fn}/m_{mn})^2 \cos\alpha_n} \quad (11)$$

式中, α_{Fan} 为载荷作用于齿顶的载荷角; α_n 为压力角。

4) 应力修正系数 Y_{sa}

应力修正系数 Y_{sa} 是考虑将名义弯曲应力转换为局部齿根应力的修正系数。由式(12)可知, Y_{sa} 与 S_{Fn} 、 h_{Fa} 、过渡曲线上啮合点的曲率半径 ρ_f 及试验系数 H 有关。其中, H 根据压力角的不同而取不同的值,当压力角为20°时, H 为0.18。 Y_{sa} 的计算式为

$$Y_{sa} = H + \left(\frac{S_{Fn}}{h_{Fa}} \right)^{0.4} \left(\frac{S_{Fn}}{\rho_f} \right)^{0.2} \quad (12)$$

5) 加载点系数 Y_ε

加载点系数 Y_ε 是考虑将载荷作用于齿顶的齿形系数 Y_{Fa} 与应力修正系数 Y_{sa} 转换为载荷作用于危险点的齿形系数 Y_F 与应力修正系数 Y_s 的修正系数。由式(13)可知,系数 Y_ε 仅与加载点位置系数相关。 Y_ε 的计算式为

$$Y_{\varepsilon} = \begin{cases} 0.17 + 0.83/\varepsilon_K, & \text{对小轮} \\ 0.27 + 0.73/\varepsilon_K, & \text{对大轮} \end{cases} \quad (13)$$

其中,

$$\varepsilon_K = \begin{cases} \left\{ \left[0.5 + \frac{\varepsilon_{v\alpha}(1 - 0.5\varepsilon_{v\gamma})}{\varepsilon_{v\gamma}^2} \right] - \right. \\ \left. 2K_0\varepsilon_{v\beta}\sqrt{\varepsilon_{v\gamma} - 1} \right\}^{-1}, & \varepsilon_{v\gamma} < 2 \\ (0.5 - K_0\frac{\varepsilon_{v\beta}}{\varepsilon_{v\gamma}})^{-1}, & \varepsilon_{v\gamma} \geq 2 \end{cases} \quad (14)$$

式中, ε_K 为加载点位置系数; $\varepsilon_{v\alpha}$ 为端面重合度; $\varepsilon_{v\beta}$ 为纵向重合度; K_0 为与传动比相关的系数。

6) 纵向曲率系数 Y_{LC}

纵向曲率系数 Y_{LC} 是考虑锥齿轮轮齿纵向曲率对轮齿弯曲疲劳强度的影响系数。 Y_{LC} 的计算式为

$$Y_{LC} = [0.211(\frac{r_c}{R_m})^{\frac{0.279}{\log_{10} \sin \beta_m}} + 0.789]^{-1} \quad (15)$$

由式(15)可知, 系数 Y_{LC} 与刀盘半径 r_c 、中点锥距 R_m 及螺旋角有关。对比式(8)可知, HB 中的标准系数 Y_{LC} 与 ISO 标准中的系数 K_{F0} 互为倒数。

7) 齿根应力纵向分布系数 Y_b

齿根应力纵向分布系数 Y_b 是将基于悬臂梁处理的平均齿根应力转化为锥齿轮最大齿根应力的影响系数, 其定义为最大应力值 $\sigma_{\max}$ 与平均应力值 σ_{avg} 之比。HB 通过引入参量 B' 和 H' 对系数 Y_b 进行计算, 其中, B' 为啮合区内实际瞬时接触线沿齿宽的投影长度与名义齿宽之比, H' 为加载力臂 h_{FK} 与齿顶到危险截面的距离 h_i 之比。因此, 系数 Y_b 与实际接触齿宽和重合度紧密相关, 改变螺旋角、压力角、齿宽等轮坯参数, 均会影响该系数。

8) 试验齿轮应力修正系数 Y_{ST}

HB 和 ISO 标准中的试验齿轮应力修正系数 Y_{ST} 是用于将名义弯曲应力换算为齿根局部应力的系数, 主要考虑了齿根过渡曲线处的应力集中效应及其他应力的影响。在 HB 中, Y_{ST} 取 1.775, 作为合理值。

9) 尺寸系数 Y_X

尺寸系数 Y_X 为考虑材料性能不均匀性对弯曲疲劳强度影响的修正系数。当大端模数 $m_t \leq 1.588 \text{ mm}$ 时, Y_X 取 1; 反之, $Y_X = 1.225m_t^{-0.25}$ 。因此, Y_X 与模数成负相关。

2.3.2 ISO 标准

由表 2 可知, ISO 标准中的弯曲强度几何参数修正系数包含齿形系数 Y_{Fa} 、应力修正系数 Y_{sa} 、重合度系数 Y_{ε} 、螺旋角系数 Y_{BS} 、载荷分担系数 Y_{LS} 、试验齿轮应力修正系数 Y_{ST} 及尺寸系数 Y_X 。由式(3)、式(4)可知, 在 ISO 标准中, 计算弯曲应力与系数 Y_{Fa} 、 Y_{sa} 、 Y_{ε} 、 Y_{BS} 及 Y_{LS} 成正相关, 许用弯曲应力与系数 Y_X 成正相关。

1) 载荷分担系数 Y_{LS}

载荷分担系数 Y_{LS} 是考虑了 2 对或多对轮齿间载荷分配影响的修正系数, 其定义与 HB 中 Y_{γ} 的定义类似。由式(16)、式(17)可知, 系数 Y_{LS} 主要与齿顶接触椭圆区域内的接触迹线长度 l_{bt} 和载荷的峰值 p_t^* 、齿面中点接触椭圆区域内的接触迹线长度 l_{bm} 和载荷的峰值 p_m^* 、齿根接触椭圆区域内的接触迹线长度 l_{br} 和载荷的峰值 p_r^* 有关。将其转换为基本影响参数, 即为齿廓形状、螺旋角、压力角、齿宽等基本参数。值得注意的是, 当纵向重合度 $\varepsilon_{v\beta}$ 的值过小时, 系数 Y_{LS} 的取值会出现较大差异。 Y_{LS} 的计算式为

$$Y_{LS} = \frac{A_m^*}{A_t^* + A_m^* + A_r^*} \quad (16)$$

其中,

$$\begin{cases} A_t^* = \frac{\pi p_t^* l_{bt}}{4} \\ A_m^* = \frac{\pi p_m^* l_{bm}}{4} \\ A_r^* = \frac{\pi p_r^* l_{br}}{4} \end{cases} \quad (17)$$

$$p^* = 1 - (ff_{\max})^e \quad (18)$$

$$f_m = \begin{cases} m(p_{\text{vet}} - 0.5p_{\text{vet}}\varepsilon_{v\alpha})\cos\beta_{vb} + p_{\text{vet}}\cos\beta_{vb}, & \varepsilon_{v\beta} = 0 \\ m(p_{\text{vet}} - 0.5p_{\text{vet}}\varepsilon_{v\alpha})\cos\beta_{vb}(1 - \varepsilon_{v\beta}), & 0 < \varepsilon_{v\beta} < 1 \\ 0, & \varepsilon_{v\beta} \geq 1 \end{cases} \quad (19)$$

$$f_t = f_m + p_{\text{vet}}\cos\beta_{vb} \quad (20)$$

$$f_r = f_m - p_{\text{vet}}\cos\beta_{vb} \quad (21)$$

式中, f 为轮齿上某一点到中点接触迹线的距离; $f_{\max}$ 为轮齿上某一点到中点接触迹线的最大距离; f_m 、 f_t 、 f_r 分别为齿面、齿顶、齿根接触椭圆区域内的某一点到中点接触迹线的距离; e 为计算峰值载荷抛物线分布的指数, 根据齿廓形状取不同的值, 对于非鼓形齿, 取 3.0, 对于鼓形齿, 取 1.5; p_{vet} 为当量端面基圆齿距; β_{vb} 为当量圆柱齿轮基圆螺旋角。

2) 螺旋角系数 Y_{BS}

螺旋角系数 Y_{BS} 是考虑齿根应力沿齿面宽度不均匀分布影响的修正系数。由式(22)可知, 系数 Y_{BS} 主要与理论发展齿宽 b_a 和中点接触迹线长度在齿宽方向上的投影 l_{bb} 有关, 将其转换为轮坯基本影响参数, 即为齿宽、螺旋角、压力角。 Y_{BS} 的计算式为

$$Y_{BS} = \frac{a_{BS}}{c_{BS}} \left(\frac{l_{bb}}{b_a} - 1.05b_{BS} \right)^2 + 1 \quad (22)$$

式中, a_{BS} 、 b_{BS} 、 c_{BS} 均为辅助参数。

3) 齿形系数 Y_{Fa}

齿形系数 Y_{Fa} 在 ISO 标准中的定义和计算公式与 HB 中的类似, 相同点在于都是利用 30° 切线法求得

危险截面弦齿厚和作用于齿顶的弯曲力臂；不同点在于迭代过程中辅助角的初值和迭代方程不同。

4) 应力修正系数 Y_{sa}

应力修正系数 Y_{sa} 的定义与 HB 中的相同，且同样与 S_{Fn} 、 ρ_f 有关，但其计算式与 HB 中的不同。应力修正系数的差异可能会对 HB 和 ISO 标准的最后计算结果造成影响。 Y_{sa} 的计算式为

$$Y_{sa} = (1.2 + 0.13L_a)q_s^{\left(\frac{1}{1.21 + 2.3/L_a}\right)} \quad (23)$$

式中， $L_a = S_{Fn}/m_{mn}$ ； $q_s = S_{Fn}/2\rho_{fo}$

5) 重合度系数 Y_ϵ

重合度系数 Y_ϵ 与 HB 中的加载点系数的定义类似，且符号相同，它们均只与重合度相关；不同点在于， Y_ϵ 为考虑将作用于齿顶的载荷转换到指定点而不是危险点的修正系数。由式(24)可知，系数 Y_ϵ 在纵向重合度 $\epsilon_{v\beta}$ 大于 1 的情况下取 0.625。当改变螺旋角、压力角、齿宽等轮坯参数，造成纵向重合度过小时，会增大该系数。 Y_ϵ 的计算式为

$$Y_\epsilon = \begin{cases} 0.25 + 0.75/\epsilon_{v\alpha} \geq 0.625, & \epsilon_{v\beta} = 0 \\ 0.25 + \frac{0.75}{\epsilon_{v\alpha}} - \epsilon_{v\beta} \left(\frac{0.75}{\epsilon_{v\alpha}} - 0.375 \right) \geq 0.625, & 0 < \epsilon_{v\beta} \leq 1 \\ 0.625, & \epsilon_{v\beta} > 1 \end{cases} \quad (24)$$

6) 试验齿轮应力修正系数 Y_{St}

试验齿轮应力修正系数 Y_{St} 在 ISO 标准中取 2 作为合理值；取值略大于 HB 中的标准系数 Y_{St} ，原因可能在于 2 种标准的试验条件及工况之间存在差异。

7) 尺寸系数 Y_X

尺寸系数 Y_X 的定义与 HB 中的定义一致，但计算式不同。ISO 标准以中点法向模数 m_{mn} 为基础，考虑不同材料特性的影响，对系数 Y_X 进行取值，其计算式为

$$Y_X = \begin{cases} 1.03 - 0.006m_{mn}, & \text{对硬化钢、球墨铸铁等} \\ 1.05 - 0.01m_{mn}, & \text{对铸铁、淬火钢、氮化钢等} \\ 1.075 - 0.015m_{mn}, & \text{对灰口铸铁等} \end{cases} \quad (25)$$

2.3.3 AGMA 标准

AGMA 标准在弯曲强度几何参数修正系数中引入的修正系数远少于 HB 和 ISO 标准，仅包含几何系数 Y_J 、尺寸系数 Y_X 及纵向曲率系数 Y_β 。由式(5)可知，AGMA 标准的计算弯曲应力与系数 Y_J 和 Y_β 成负相关，与系数 Y_X 成正相关。

1) 几何系数 Y_J

几何系数 Y_J 的计算公式如式(26)所示。相较于 HB 和 ISO 标准， Y_J 在 AGMA 标准的计算成分中，单

个修正系数更多，且包含了 HB 和 ISO 标准中的多个几何参数修正系数，如齿形系数 Y_K 、载荷分担率 ϵ_J 及惯性系数 Y_I 等。系数 Y_J 的影响综合考虑了模数、齿数、齿宽、螺旋角及压力角等多个轮坯参数，在螺旋角和压力角已知的情况下， Y_J 的取值以查表为主。 Y_J 的计算式为

$$Y_J = \frac{Y_K r_{myo} b' m_{mt}}{\epsilon_{NJ} Y_I r_{mpt} b m_{et}} \quad (26)$$

式中， Y_K 为齿形系数； b' 为有效齿宽； ϵ_{NJ} 为载荷分担率； r_{myo} 为切向半径到载荷作用点的距离； r_{mpt} 为切向节距半径； m_{mt} 为分度圆端面模数； m_{et} 为大端模数。

2) 纵向曲率系数 Y_β

在 AGMA 标准中，纵向曲率系数 Y_β 的定义和取值与 ISO 标准中的相同，如式(8)所示；与 HB 的纵向曲率系数互为倒数。

3) 尺寸系数 Y_X

尺寸系数 Y_X 在 3 种标准中均有所引入，AGMA 标准与 HB 均只考虑了大端模数的影响，没有 ISO 标准考虑得全面。当大端模数 $m_{et} \leq 1.6$ mm 时， Y_X 取 0.5；反之， $Y_X = 0.4867 + 0.8399m_{et}$ 。因此，尺寸系数与模数成正相关，这点与 HB 的情况相反。

综上可知，3 种标准虽然引入的几何参数修正系数的个数不同，计算公式不同，但从本质上看，都涉及齿间的载荷分配、齿廓曲率半径、重合度、接触线长度及轮齿齿形；若转换为基本影响参数，则均为模数、齿数、齿宽、螺旋角及压力角等。但不同修正系数的变化趋势存在多样性，因此，应力的计算结果为多参数耦合的结果。

2.4 材料特性修正系数对比

HB 和 AGMA 标准中没有引入此类修正系数，ISO 标准中仅引入了齿根圆角敏感系数 $Y_{\delta relT}$ 。该系数为待求的齿轮的敏感性系数与标准测试齿轮的敏感性系数之比。由式(4)可知，ISO 标准许用弯曲应力与系数 $Y_{\delta relT}$ 成正相关。根据齿轮材料的不同，取不同硬度的滑移层厚度 ρ' 对 $Y_{\delta relT}$ 进行计算，其计算式为

$$Y_{\delta relT} = \frac{1 + \sqrt{0.2\rho'(1 + 2q_s)}}{1 + \sqrt{1.2\rho'}} \quad (27)$$

2.5 齿面状况修正系数对比

HB 和 AGMA 标准中没有引入此类修正系数，ISO 标准中仅引入了齿根表面状况系数 Y_{RrelT} 。该系数考虑了齿轮材料和齿根表面粗糙度 R_z 对齿根弯曲应力的影响。相关系数的取值如表 7 所示。由式(4)可知，ISO 标准许用弯曲应力与系数 Y_{RrelT} 成正相关。

表7 齿根表面状况系数的取值
Tab. 7 Values of the tooth root surface condition coefficients

齿轮材料	$R_z \leq 1 \mu\text{m}$	$1 \mu\text{m} < R_z \leq 40 \mu\text{m}$
硬化钢等	1.120	$1.674-0.529(R_z+1)^{1/10}$
非硬化钢等	1.070	$5.306-4.203(R_z+1)^{1/100}$
灰铸铁、氮化钢等	1.025	$4.299-3.259(R_z+1)^{1/200}$

2.6 使用条件修正系数对比

1) HB

HB在此类修正系数中仅引入了温度系数 Y_θ 。该系数为考虑当齿轮本体温度超过121℃时对齿轮材料性能影响的系数。当本体温度小于121℃时， Y_θ 取1；反之， $Y_\theta = 394/(273 + \theta_m)$ 。其中， θ_m 为工作齿轮毛坯峰值温度。因此，齿轮本体温度越高，温度系数越小。由式(2)可知，HB的许用弯曲应力与温度系数 Y_θ 成正相关。

2) ISO标准

ISO标准在此类修正系数中仅引入了寿命系数 Y_{NT} 。针对不同的齿轮材料和当量应力循环次数，该系数可通过查表获得。由式(4)可知，ISO标准的许用弯曲应力与寿命系数 Y_{NT} 成正相关。

3) AGMA标准

AGMA标准在此类修正系数中同时引入了寿命系数 Y_{NT} 和温度系数 K_θ 。

寿命系数 Y_{NT} 可根据齿轮应力循环次数的多少取值。当循环次数小于 10^3 时， Y_{NT} 取2.75；当循环次数大于或等于 10^3 、小于 3×10^6 时， $Y_{NT} = 6.1514N_L^{-0.1192}$ ；当循环次数大于或等于 3×10^6 时， $Y_{NT} = 1.683N_L^{-0.0323}$ 。其中， N_L 为当量应力循环次数。因此，系数 Y_{NT} 随应力循环次数的增大而减小。由式(6)可知，AGMA标准的许用弯曲应力与系数 Y_{NT} 成正相关。对比ISO标准，由于ISO标准根据齿轮材料的不同给出不同的寿命系数试验曲线，因此，ISO标准的寿命系数考虑更全面。

AGMA标准的温度系数 K_θ 与HB的温度系数 Y_θ 互为倒数。利用这2个修正系数计算许用接触应力时，一个位于分子，另一个位于分母。因此，温度系数 K_θ 在HB和AGMA标准中的影响规律一致，许用弯曲应力与温度系数 K_θ 成负相关。

3 实例对比分析

3.1 修正系数及应力结果差异对比分析

基于表8中各参数的值，对比分析HB、ISO标准及AGMA标准的弯曲强度修正系数、应力计算结果和计算安全系数结果的差异，具体数值如表9所示。表8中， z_1 、 z_2 分别为主、从动轮的齿数。

由表9可知，用ISO标准计算的计算弯曲应力

σ_F 和许用弯曲应力 σ_{FP} 大于HB的相应计算结果，远大于AGMA标准的相应计算结果。造成弯曲应力相差很大的原因如下。

表8 轮齿参数和工况参数(I)

Tab. 8 Gear tooth parameters and operating parameters (I)

参数	z_1	z_2	m_t/mm	$\beta_m/(\circ)$	$\alpha_n/(\circ)$	b/mm	$n/(\text{r}/\text{min})$
数值	27	37	7.96	35	20	62	8 500

输入功率为5 kW；应力循环次数 N_L 为 10^9 ；齿面粗糙度为 $4.8 \mu\text{m}$ ；齿根表面粗糙度为 $20 \mu\text{m}$ ；润滑油温度为 $120 \text{ }^\circ\text{C}$ ；两齿轮硬度相同且安装方式均为简支安装；将弯曲疲劳极限 $\sigma_{F\text{lim}}$ 设置为 650 MPa 。

表9 修正系数及计算结果

Tab. 9 Correction factors and calculation results

类别	HB		ISO标准		AGMA标准	
载荷	K_A	1	K_A	1	K_A	1
	K_v	1	K_v	1.886 7	K_v	1.257 8
	$K_{F\beta}$	1	$K_{F\beta}$	1.451 9	$K_{F\beta}$	1.021 5
	—	—	K_{Fa}	1	—	—
几何参数	Y_{Fa}	2.328 5	Y_{Fa}	2.328 5	Y_j	0.245
	Y_{sa}	1.653 1	Y_{sa}	1.83		
	Y_ϵ	0.569 4	Y_ϵ	0.625		
	Y_i	1	Y_{BS}	1.332 7		
	Y_γ	0.716 3	Y_{LS}	0.713 2	Y_β	1.044 8
	Y_{LC}	0.986 5	—	—		
	Y_b	1.804 1	—	—		
	Y_{ST}	1.775	Y_{ST}	2		
材料特性	Y_X	0.688 3	Y_X	0.997 5	Y_X	0.553 6
	—	—	Y_{relIT}	1.008 1	—	—
	—	—	Y_{RelIT}	0.956 7	—	—
使用条件	—	—	Y_{NT}	1	Y_{NT}	0.937 6
	Y_θ	0.906	—	—	K_θ	1
σ_F/MPa	524.67		1 301.8		365.17	
σ_{FP}/MPa	558.87		1 250.8		487.53	
计算安全系数 S_F	1.331 5		0.960 8		1.335 1	

1) 3种标准中，动载系数 K_v 的计算结果相差较大。HB、AGMA标准虽然均是根据线速度和精度等级给出经验公式进行计算的，但二者对精度等级的定义存在明显差异，在HB中，精度等级越低，精度越高，而AGMA标准则相反。因此，HB和AGMA标准的系数 K_v 存在偏差。而ISO标准则是依据线速度和齿距偏差，将系数 K_v 细分为4个共振区，并考虑诱导质量和啮合刚度等内部激励，给出每个区域的具体计算公式。因此，ISO标准的系数 K_v 与HB和AGMA标准的 K_v 存在明显差异。

2) 3种标准中，螺旋线载荷分布系数 $K_{F\beta}$ 的计算结果存在差异。HB、AGMA标准仅考虑了安装方式这一单方面的影响；而ISO标准在此基础上综合了载荷作

用及纵向曲率的影响,且其安装系数计算公式中常数项的数值更大,导致ISO标准的螺旋线载荷分布系数明显大于HB和AGMA标准的螺旋线载荷分布系数。

3) 对比HB和ISO标准的齿形系数、应力修正系数、载荷分担系数及试验齿轮应力修正系数等相同定义的修正系数的计算结果,可以发现,齿形系数和载荷分担系数的计算结果相近,而ISO标准对于应力修正系数和试验齿轮应力修正系数的计算结果略大于HB的相应结果。对比3种标准中共同引入的尺寸系数,ISO标准的尺寸系数相较于HB和AGMA标准的尺寸系数也偏大,并且,由于AGMA标准采

用几何系数 Y_f 代替HB和ISO标准中的大部分修正系数,ISO标准的应力结果大于HB的应力结果,远大于AGMA标准应力结果。

3.2 几何参数对应力结果影响规律分析

3.2.1 HB

在HB中,计算弯曲应力和许用弯曲应力的影响参数大致为齿数、模数、转速、齿宽、螺旋角及压力角。基于表8中的参数值,观察计算弯曲应力和许用弯曲应力在不同齿数、模数、转速下随螺旋角、压力角和齿宽变化的趋势,结果分别如图1、图2所示。由图1、图2可得到以下信息。

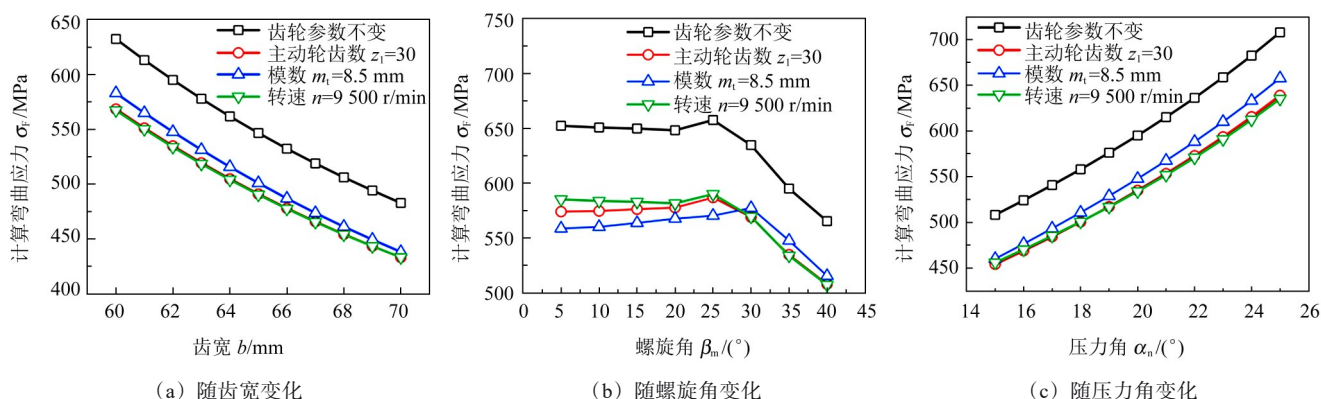


图1 基础参数对计算弯曲应力的影响(HB)

Fig. 1 Influence of basic parameters on calculating bending stress (HB)

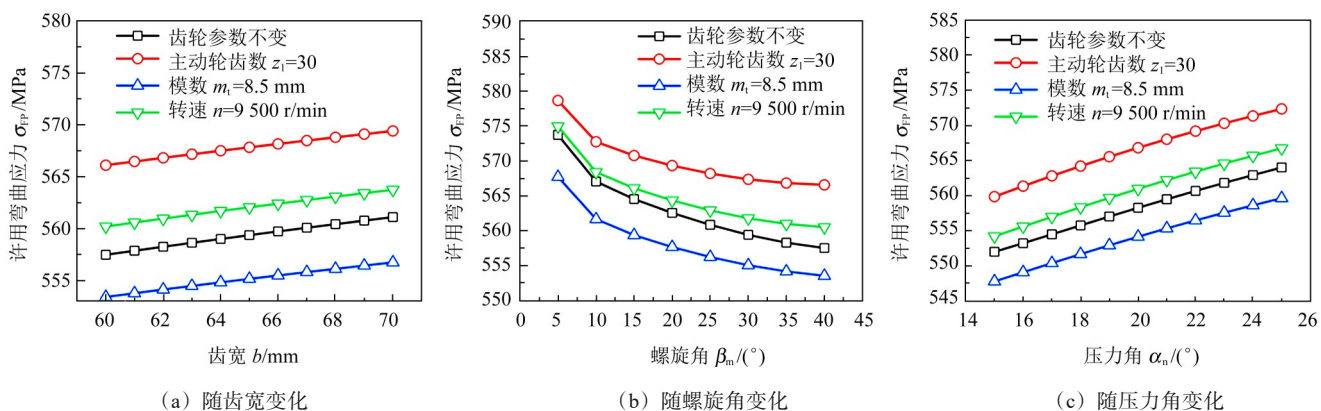


图2 基础参数对许用弯曲应力的影响(HB)

Fig. 2 Influence of basic parameters on allowable bending stress (HB)

1) 仅增大齿宽,计算弯曲应力减小,许用弯曲应力增大。从计算原理可以看出,齿宽与计算弯曲应力成负相关,而与温度系数成正相关,故齿宽与许用弯曲应力成正相关,符合图1(a)、图2(a)中的变化趋势。

2) 仅增大螺旋角,计算弯曲应力存在极值。产生该现象的原因为重合度对螺旋角的变化更加敏感。重合度的取值不同,加载点系数的计算公式不同,从而导致极值的产生。

3) 仅增大压力角,计算弯曲应力和许用弯曲应力均增大。从计算原理可知,压力角增大,齿轮总

重合度将减小,导致加载点系数减小,故计算弯曲应力增大,符合图1(c)中的变化趋势。

4) 增大主动轮齿数或转速,均会导致计算弯曲应力减小,许用弯曲应力增大。

5) 仅增大齿轮模数,计算弯曲应力和许用弯曲应力均减小。其中,计算弯曲应力的极大值点向右偏移,说明重合度对模数的变化较为敏感。

3.2.2 ISO标准

在ISO标准中,计算弯曲应力的影响参数为齿数、模数、转速、齿宽、螺旋角及压力角,许用弯曲应力的影响参数主要为齿数、模数、齿宽、螺旋

角及压力角; 基于表8中的参数值, 观察应力在不同齿数、模数及转速下随螺旋角、压力角和齿宽变化的趋势, 结果如图3、图4所示。由图3、图4可得到以下信息。

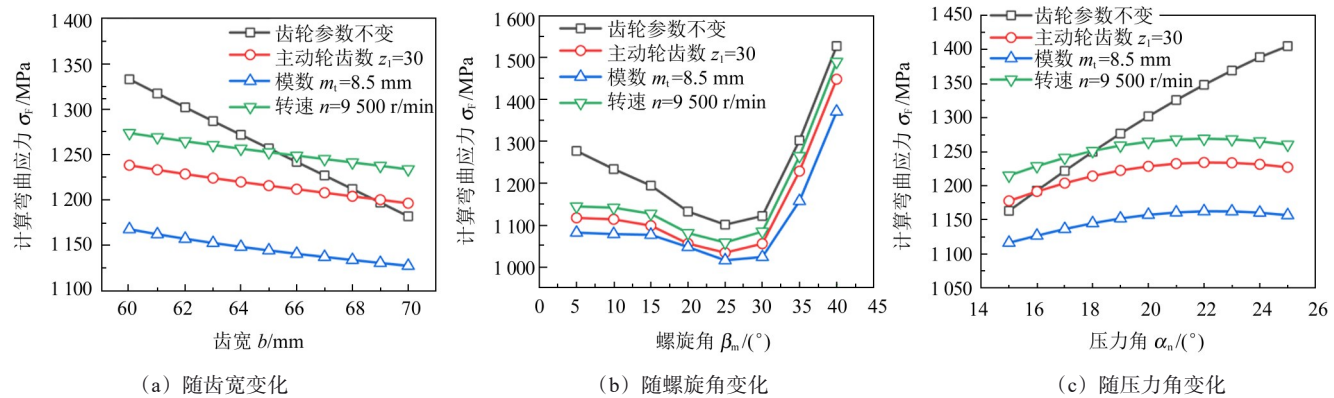


图3 基础参数对计算弯曲应力的影响(ISO标准)

Fig. 3 Influence of basic parameters on calculating bending stress (ISO standard)

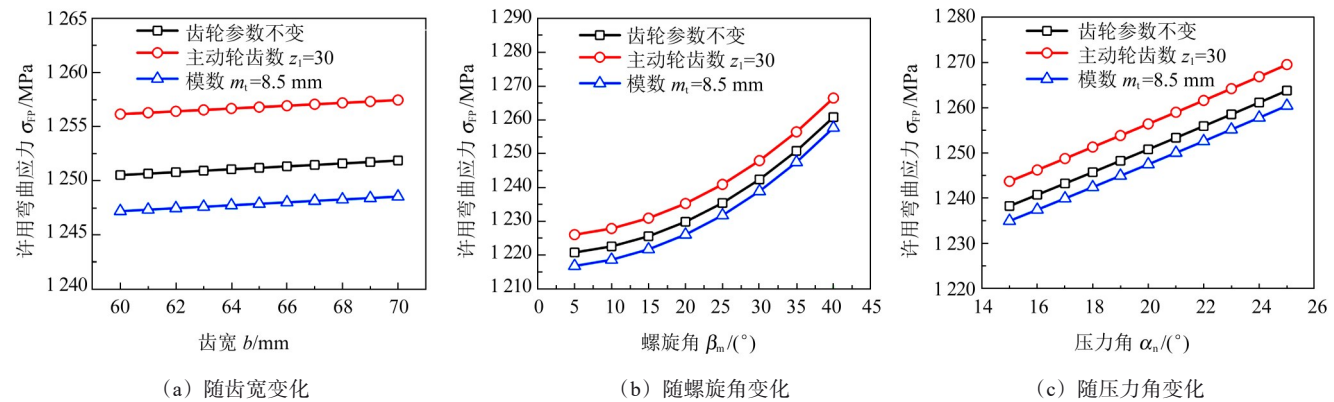


图4 基础参数对许用弯曲应力的影响(ISO标准)

Fig. 4 Influence of basic parameters on allowable bending stress (ISO standard)

- 1) 仅增大齿宽, 计算弯曲应力减小, 许用弯曲应力增大, 原因和HB中所述相同。
- 2) 仅增大螺旋角, 计算弯曲应力存在极小值, 原因为螺旋角的变化对重合度系数的改变较大, 导致重合度系数的计算原理发生改变, 与HB中所述相似。仅增大压力角, 计算弯曲应力和许用弯曲应力均增大。
- 3) 仅增大主动轮齿数, 计算弯曲应力减小, 许用弯曲应力增大; 仅增大模数, 计算弯曲应力及许用弯曲应力均减小; 仅增大转速, 计算弯曲应力减小。其中, 改变齿数、模数、转速前、后的变化趋势存在差异, 原因为这些参数的改变导致无量纲参考速度 N 的计算区域发生改变。

3.2.3 AGMA 标准

在 AGMA 标准中, 计算弯曲应力的影响参数主要为齿数、模数、转速、齿宽、螺旋角及压力角; 许用弯曲应力的影响参数主要为齿数, 而当两齿面硬度相同时, 齿数对许用弯曲应力不再有影响。基于表8中的参数值, 只分析计算弯曲应力在不同齿

数、模数、转速下随螺旋角、压力角和齿宽变化的变化趋势, 结果图5所示。由图5可得到以下信息。

- 1) 仅增大齿宽或螺旋角, 计算弯曲应力增大。
- 2) 仅增大压力角, 计算弯曲应力减小。
- 3) 仅增大主动轮齿数、设计转速或齿轮模数, 计算弯曲应力均减小。

将上述3种标准弯曲强度计算的结论总结如下。

- 1) 在 HB 中, 许用弯曲应力与转速、模数、齿数、齿宽、螺旋角及压力角有关; 在 ISO 标准中, 许用弯曲应力与转速无关; 在 AGMA 标准中, 许用弯曲应力仅与齿数有关, 当两齿面硬度相同时, 齿数对许用弯曲应力不再有影响。
- 2) 在 HB 和 ISO 标准中, 计算弯曲应力与齿宽成负相关, 而在 AGMA 标准中, 计算弯曲应力与齿宽成正相关。
- 3) 在 ISO 标准中, 改变轮坯基本参数可能会改变动载系数共振区及重合度, 导致计算弯曲应力的变化趋势发生改变。

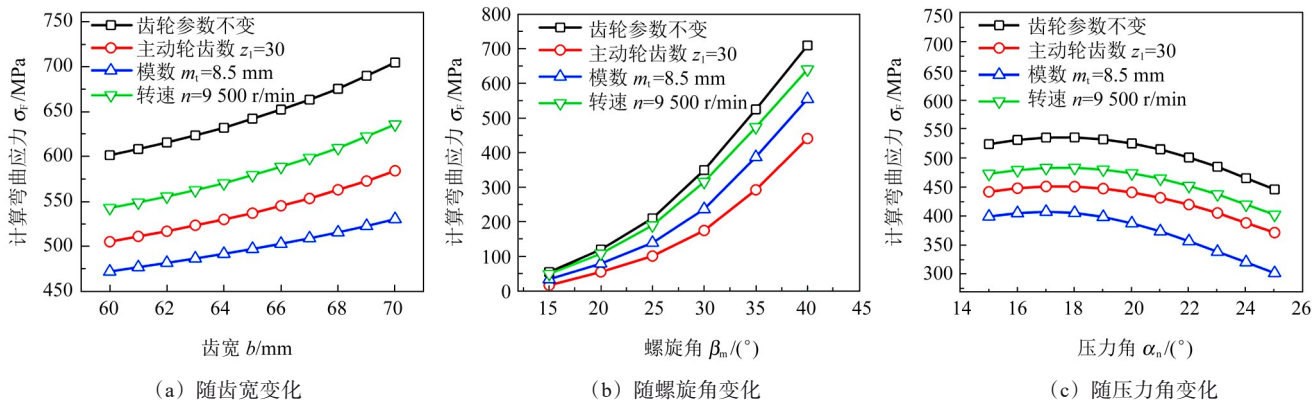


图5 基础参数对计算弯曲应力的影响(AGMA标准)

Fig. 5 Influence of basic parameters on calculating bending stress (AGMA standard)

4) 仅增大螺旋角, HB 的计算弯曲应力在 $0^\circ \sim 40^\circ$ 范围内存在极小值, 许用弯曲应力减小; 而 ISO 标准的计算弯曲应力在 $0^\circ \sim 40^\circ$ 范围内存在极大值, 许用弯曲应力增大; AGMA 标准的计算弯曲应力则与螺旋角成正相关。

5) ISO 标准和 HB 中, 计算弯曲应力及许用弯曲应力均与压力角成正相关, 而 AGMA 标准的计算弯

曲应力与压力角成负相关。

3.3 3 种标准的弯曲强度计算结果对比

由于 3 种标准的弯曲应力结果相差较大, 判断齿根强度是否满足标准要求, 还需正确比较 3 种标准的弯曲强度计算安全系数。对表 10 中的 7 组参数进行对比分析, 结果分别如表 11 及图 6 所示。由表 11 及图 6 可得如下结论。

表 10 轮齿参数和工况参数(II)

Tab. 10 Gear tooth parameters and operating parameters (II)

组别	z_1	z_2	m_t/mm	$\beta_m/(\text{^\circ})$	$\alpha_n/(\text{^\circ})$	b/mm	$n/(\text{r/min})$	工况条件
1	39	53	5. 513	35	20	60	8 500	输入功率为 5 kW; 应力循环次数 N_L 为 10^9 ; 齿面粗糙度为 $4.8\ \mu\text{m}$; 齿根表面粗糙度为 $20\ \mu\text{m}$; 润滑油温度为 $120\ \text{^\circ C}$; 两齿轮硬度相同且安装方式均为简支安装; 将弯曲疲劳极限 σ_{Flim} 设置为 650 MPa。
2	36	49	5. 972	35	20	60	8 500	
3	31	42	6. 935	35	20	62	8 500	
4	27	37	7. 96	35	20	62	8 500	
5	26	35	8. 27	35	20	62	8 500	
6	25	34	8. 6	35	20	62	8 500	
7	21	29	10	35	20	62	8 500	

表 11 弯曲强度计算安全系数的结果

Tab. 11 Results of bending strength calculation safety factor

组别	HB(S_F)	ISO 标准(S_F)	AGMA 标准(S_F)
1	1. 348 9	0. 592 9	1. 158
2	1. 350 4	0. 641 5	1. 200 9
3	1. 313 9	0. 750 9	1. 294 6
4	1. 331 4	0. 960 7	1. 335 1
5	1. 299 8	1. 103 9	1. 342 5
6	1. 280 0	1. 252 2	1. 374 5
7	1. 151 7	1. 597 8	1. 460 3

1) HB 与 ISO 标准、AGMA 标准中的弯曲强度计算安全系数 S_F 的变化趋势不同。在齿轮齿数较少、

模数较大的情况下, ISO 标准、AGMA 标准所得到的弯曲强度计算安全系数更大, 更容易满足弯曲强度条件; 而在齿轮齿数较多、模数较小的情况下, HB 所得到的弯曲强度计算安全系数更大, 更容易满足弯曲强度条件。

2) 相比 HB 和 AGMA 标准, ISO 标准的弯曲强度计算安全系数随齿数和模数变化的程度更大, 故由 ISO 标准计算得到的弯曲强度对齿数和模数更敏感。

3) 由 3 种标准得到的弯曲强度计算安全系数的大小关系存在多样性。因此, “一种标准比另一种标准更偏保守” 这一说法不适用于所有情况。

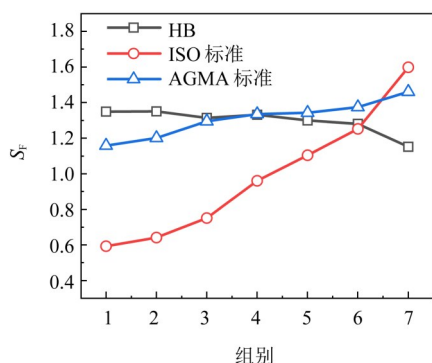


图6 弯曲强度计算安全系数的比较

Fig. 6 Comparison of bending strength calculation safety factor

4 结语

从计算原理、计算式、修正系数等方面对HB、ISO标准及AGMA标准的弯曲强度校核计算进行了深入讨论,并探讨了不同齿轮轮坯参数对修正系数和接触应力的影响规律,得出以下结论:

1) 从计算原理及计算公式的对比角度,AGMA标准的计算公式较为简单,重点体现在采用几何系数 Y_f 代替了HB、ISO标准中的多个几何参数修正系数,如接触线长度、齿形系数、载荷分担率等;而ISO标准、HB中引入的修正系数使计算结果更准确。因此,AGMA标准更适用于一般工况条件,在对承载能力要求较高的工况下,采用ISO标准及HB更为合适。

2) 从修正系数和弯曲应力计算结果角度,ISO标准中的应力修正系数、试验齿轮应力修正系数略大于HB的相应系数,并且由于3种标准中动载系数和螺旋线载荷分布系数计算式的明显差异,ISO标准的弯曲应力计算结果大于HB的计算结果,远大于AGMA标准的计算结果。

3) 从3个标准的弯曲应力影响因素角度,影响因素大致有齿轮齿数、模数、设计转速、螺旋角、压力角和齿宽等。在3种标准中,这些参数对计算弯曲应力的影响规律均有不小差异。值得注意的是,由于螺旋角对重合度的影响较大,3种标准中螺旋角对弯曲应力的影响的差异最大。

4) 从弯曲强度评估结果角度,齿数越多、模数越小时,HB相比ISO标准和AGMA标准更容易满足弯曲强度要求。此外,根据由3种标准得到的计算安全系数的变化趋势可知,3种标准的适用性和保守性也存在变化。

本文对HB、ISO标准及AGMA标准的弯曲强度计算方法和计算结果进行了合理评价,认为HB、ISO标准适用于所需承载能力更强的工况场合。其中,HB更适用于齿数多、模数小的场合,而AGMA标准通常适用于商业等非航空领域。工作人员可依

据该评价,将标准更好地应用于工程实践中;同时,研究也可为锥齿轮副的优化设计提供参考。

参 考 文 献

- [1] 濮良贵,纪名刚. 机械设计[M]. 8版. 北京:高等教育出版社, 2006:186-189.
- [2] PU Lianggui, JI Minggang. Design of machinery [M]. 8th ed. Beijing: Higher Education Press, 2006: 186-189.
- [3] International Organization for Standardization. Calculation of load capacity of bevel gears—part 1: introduction and general influence factors: ISO 10300-1: 2014 [S]. Geneva: International Organization for Standardization, 2014: 1-58.
- [4] International Organization for Standardization. Calculation of load capacity of bevel gears—part 3: calculation of tooth root strength: ISO 10300-3: 2014 [S]. Geneva: International Organization for Standardization, 2014: 1-50.
- [5] American National Standards Institute/American Gear Manufacturers Association. Rating the pitting resistance and bending strength of generated straight bevel, zerol bevel and spiral bevel gear teeth: ANSI/AGMA 2003-B97 [S]. Alexandria: American Gear Manufacturers Association, 1997: 1-75.
- [6] 中华人民共和国航空工业部. 航空锥齿轮承载能力一般系数计算: HB/Z 89. 1—1985 [S]. 北京: 中华人民共和国航空工业部, 1985: 1-22.
- [7] Ministry of Aviation Industry of the People's Republic of China. Calculation of general load capacity coefficients for aerospace bevel gears: HB/Z 89. 1—1985 [S]. Beijing: Ministry of Aviation Industry of the People's Republic of China, 1985: 1-22.
- [8] 中华人民共和国航空工业部. 航空锥齿轮齿面接触疲劳强度计算: HB/Z 89. 2—1985 [S]. 北京: 中华人民共和国航空工业部, 1985: 1-18.
- [9] Ministry of Aviation Industry of the People's Republic of China. Calculation of the contact fatigue strength of tooth surfaces for aerospace bevel gears: HB/Z 89. 2—1985 [S]. Beijing: Ministry of Aviation Industry of the People's Republic of China, 1985: 1-18.
- [10] 中华人民共和国航空工业部. 航空锥齿轮胶合承载能力计算: HB/Z 89. 4—1985 [S]. 北京: 中华人民共和国航空工业部, 1985: 1-13.
- [11] Ministry of Aviation Industry of the People's Republic of China. Calculation of the scoring load capacity of aerospace bevel gears: HB/Z 89. 4—1985 [S]. Beijing: Ministry of Aviation Industry of the People's Republic of China, 1985: 1-13.
- [12] LEWIS W. Investigation of the strength of gear teeth [J]. Gear Technology, 1992: 19-23.
- [13] PEDRERO J I, RUEDA A, FUENTES A. Determination of the ISO tooth form factor for involute spur and helical gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 1999, 34(1): 89-103.
- [14] 周长江, 唐进元, 刘艳萍, 等. 齿轮传动设计两种计算标准的比较研究[J]. 机械传动, 2006, 30(3): 9-10.
- [15] ZHOU Changjiang, TANG Jinyuan, LIU Yanping, et al. Comparative study of calculation of gear drive design by two standards [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2006, 30(3): 9-10.

- [11] JAMMI S. Gear tooth stresses from finite element analysis compared with AGMA standards[C]//Proceedings of the ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. New York: ASME, 2013: 1-9.
- [12] LISLE T J, SHAW B A, FRAZER R C. External spur gear root bending stress: a comparison of ISO 6336: 2006, AGMA 2101-D04, ANSYS finite element analysis and strain gauge techniques[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 111: 1-9.
- [13] 邹又名, 刘少军. ISO与AGMA锥齿轮强度计算标准比较[J]. 机械传动, 2016, 40(9): 187-192.
- ZOU Youming, LIU Shaojun. Comparison between ISO and AGMA bevel gear strength calculation standard[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2016, 40(9): 187-192.
- [14] 周长江, 龙继国, 王昊辰, 等. 弧齿锥齿轮接触与弯曲强度ISO与AGMA标准比较及有限元验证[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2018, 45(4): 1-9.
- ZHOU Changjiang, LONG Jiguo, WANG Haochen, et al. Comparative analysis of contact and bending strength using ISO and AGMA standards in spiral bevel gears with numerical verification[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2018, 45(4): 1-9.
- [15] 龙继国. 弧齿锥齿轮承载能力计算与齿根弯曲应力测试[D]. 长沙: 湖南大学, 2018: 28-41.
- LONG Jiguo. Load capacity analysis and bending stress measuring for spiral bevel gear[D]. Changsha: Hunan University, 2018: 28-41.
- [16] ZHAN J X, FARD M. Effects of helix angle, mechanical errors, and coefficient of friction on the time-varying tooth-root stress of helical gears[J]. Measurement, 2018, 118: 135-146.
- [17] 滕文爽, 郭梅, 宋振海, 等. HB与ISO标准中锥齿轮轮齿弯曲疲劳强度计算标准比较[J]. 航空发动机, 2022, 48(3): 65-69.
- TENG Wenshuang, GUO Mei, SONG Zhenhai, et al. Comparison of calculation standards for bending fatigue strength of bevel gear teeth in HB and ISO standards[J]. Aeroengine, 2022, 48(3): 65-69.

Comparative analysis of root bending strength calculation for spiral bevel gears based on HB, ISO standard and AGMA standard

WANG Qiuju^{1,2} WEI Jing³ CHEN Siyu³ XING Bin^{1,2} SONG Zhenhai^{1,2} TAN Yuxin³

(1. Shenyang Engine Research Institute of Aero Engine Corporation of China, Shenyang 110015, China)

(2. Key Laboratory of Aeronautical Science and Technology on Aero Engine Power Transmission, Aero Engine Corporation of China, Shenyang 110015, China)

(3. State Key Laboratory of Mechanical Transmission for Advanced Equipment, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: [Objective] Addressing the issue of difference in the evaluation of tooth root bending strength for spiral bevel gears based on the strength verification benchmarks in Aviation Industry Standard of China (HB for short), International Organization for Standardization (ISO) standard, and American Gear Manufacturers Association (AGMA) standard, a comparative analysis was conducted to derive the optimal strategy for the design of spiral bevel gear. [Methods] Firstly, based on the foundational mathematical models of each standard, the essential differences among the three standards were analyzed. Secondly, the influence parameters and their corresponding influence mechanisms of bending stress and strength safety factors obtained from the three standards were investigated from a theoretical perspective. Finally, through case analysis, the influence law of stress results and differences in strength calculation results obtained from the three standards were further explored. [Results] The results show that ISO standard and HB use the 30° tangent method to determine the dangerous section and select the load point at the top of the tooth for calculation, while AGMA standard uses the parabolic method to determine the dangerous section and select the load point at the dangerous points for calculation. Compared with the 30° tangent method, the chord tooth thickness and bending moment arm obtained by the parabola method are more accurate, so the tooth form coefficient and stress correction coefficient obtained by the two methods are slightly different. According to the correction coefficients and their corresponding calculation formula, because the geometric coefficient Y_f in AGMA standard replaces multiple correction coefficients in HB and ISO standard, the AGMA standard has the most concise calculation process and introduces the least number of correction coefficients. According to the correction coefficients and stress calculation results, the stress results of ISO standard are larger than those of HB and much larger than those of AGMA standard. The values of the tooth form coefficient, load sharing coefficient and coincidence coefficient in ISO standard are similar to those of HB, while the values of dynamic load coefficient, stress correction coefficient and helix load distribution coefficient are significantly different from those of HB and AGMA standard. According to the variation law of bending stresses obtained from the three standards, the parameters such as tooth number, modulus, spiral angle, pressure angle, tooth width and design speed have great influence on the bending stress.

Key words: Strength verification benchmark; Spiral bevel gear; Bending strength; Bending stress (编辑: 刘星泽)